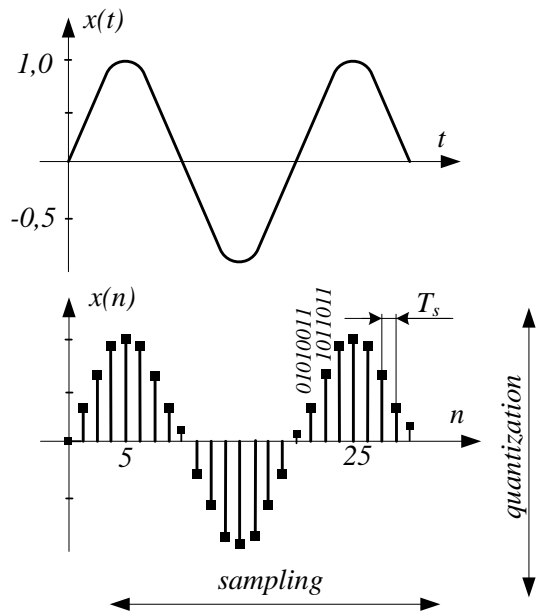


Przetwarzanie analogowo-cyfrowe i cyfrowo-analogowe



Rys. 1. Sygnał cyfrowy powstaje jako rezultat dwóch operacji: próbkowania (sampling) – zastąpienie wartości ciągłej impulsem (próbka) co stały okres czasu oraz kwantowania – określenie cyfrą wartości impulsu.

Sygnały cyfrowe w zasadzie nie występują w naturze – jest to sztuczny twór człowieka realizowany przy wykorzystaniu przetworników analog/cyfra.

Sygnały analogowe nazywamy też sygnałami czasu ciągłego (continuous time) ponieważ znamy ich wartość w każdym momencie czasu

$$x(t) = X_m \sin 2\pi f_x t$$

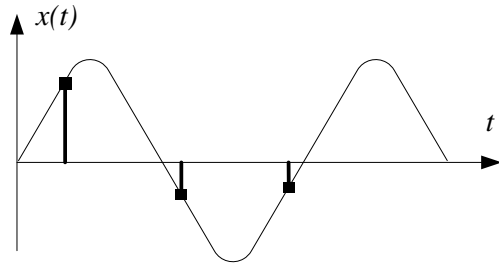
Sygnały cyfrowe nazywamy też sygnałami czasu dyskretnego (discret time) bo wartość sygnału znamy tylko w określonych momentach czasu jako rezultat próbkowania sygnału analogowego

$$x(n) = X_m \sin 2\pi f_x nT_s$$

Gdzie n jest numerem próbki

Prawo Shannono

Rys. 2 Przez trzy próbki (więcej niż dwie) da się poprowadzić tylko jedną sinusoidę a więc do późniejszej rekonstrukcji sygnału analogowego wystarczą trzy próbki



Nic więc dziwnego że w początkach techniki zapisu dźwięku na CD wybrano częstotliwość próbkowania zaledwie 44 kHz (ale większą niż pasmo sygnału akustycznego równe 20 kHz).

Dziś gdy dysponujemy tanimi i szybkimi przetwornikami A/D odchodzi się od tej częstotliwości i stosuje się np. częstotliwości 92 kHz.

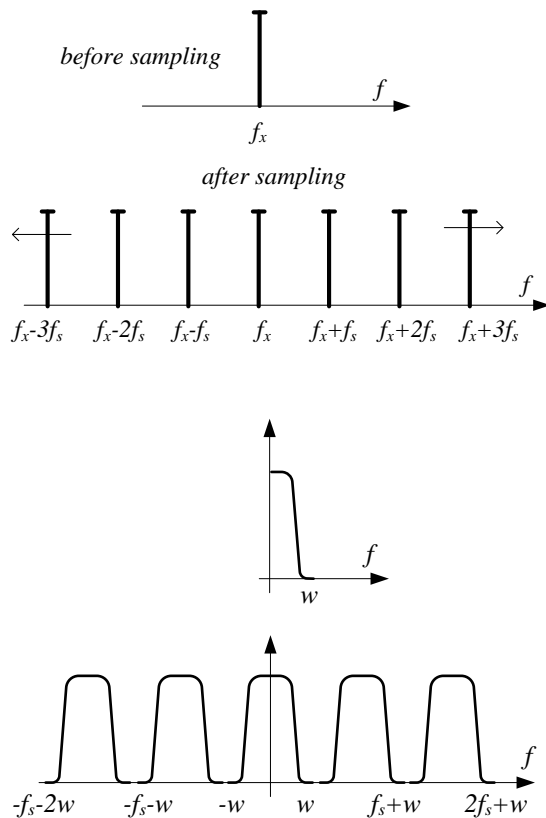
Intuicyjnie czujemy że im gęstsze próbkowanie (im większa częstotliwość próbkowania f_s) tym lepiej sygnał analogowy jest reprezentowany przez sygnał cyfrowy. Ale im szybszy przetwornik tym droższy. Dlatego wystarczy jeśli jest spełnione twierdzenie Shannono że wystarczy jeśli częstotliwość próbkowania będzie więcej niż dwa razy większa od największej częstotliwości (harmonicznej lub pasma częstotliwości w) sygnału przetwarzanego

$$f_s > 2w$$

Innymi słowy największą częstotliwość przetwarzanego sygnału określa tzw. Częstotliwość Nyquista równa $f_N = 0.5 f_s$.

Aliasing

Rys. 3. Lustrzane odbicia sygnału f_x lub pasma w



Sygnał cyfrowy jest reprezentowany przez funkcję okresową a więc równanie z poprzedniego slajdu powinno być zastąpione przez

$$x(n) = X_m \sin(2\pi f_x n T_s \pm 2k\pi)$$

Jeśli przekształcimy to równanie to otrzymamy

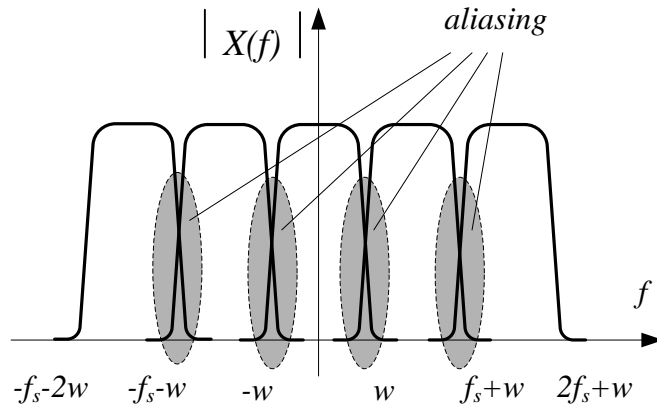
$$\begin{aligned} x(n) &= X_m \sin 2\pi \left(f_x \pm \frac{k}{n} f_s \right) n T_s = \\ &= X_m \sin 2\pi (f_x \pm m f_s) n T_s \end{aligned}$$

A więc jedna częstotliwość na wejściu przetwornika zastąpiona jest na wyjściu wieloma sygnałami z wielokrotnością f_s (lustrzane odbicia sygnału).

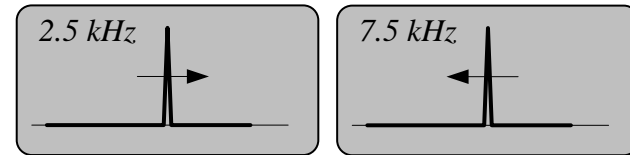
Jeden sygnał wejściowy (lub jedno pasmo) reprezentowany jest więc przez wiele sygnałów z których tylko jeden jest prawdziwy, reszta jest fałszywa.

Aliasing - cd

Rys. 4. Na wyjściu przetwornika pojawi się wiele pasm. Co gorzej jeśli nie spełnimy twierdzenia Shannona to pasma te będą na siebie nachodziły czyli jednej częstotliwości f_x będą odpowiadały dwie częstotliwości sygnału wyjściowego – prawdziwa i fałszywa



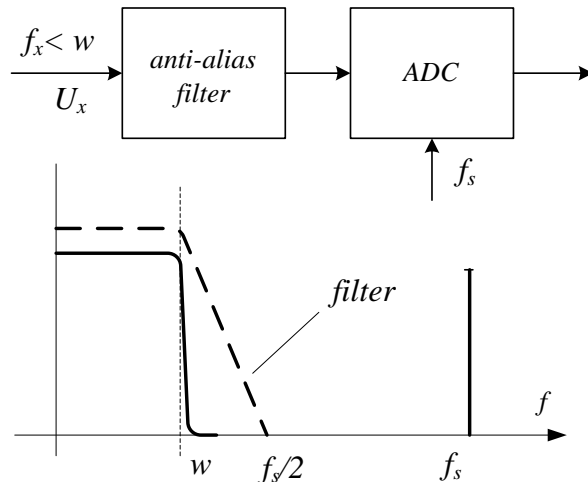
W rezultacie aliasingu otrzymujemy wiele sygnałów i nie jesteśmy w stanie określić który z nich jest prawdziwy.



Rys. 5. Gdy realizujemy ćwiczenia „analiza widmowa” i wybierzemy częstotliwość próbkowania 10 kHz to na ekranie analizatora widma na środku ekranu pojawi się prążek reprezentujący 2.5 kHz (połowa częstotliwości Nyquista). Jeśli teraz będziemy zwiększać częstotliwość sygnału f_x (odchodzimy od twierdzenia Shannona) to w tym samym miejscu pojawi się prążek sygnału 7.5 kHz, 12.5 kHz itd..

Zapobieganie aliasingowi

- Rys. 6. Filtr antyaliasingowy na wejściu nie przepuszcza sygnałów powyżej częstotliwości Nyquista równej $0.5 f_s$. Problem w tym że nawet filtr 5-go rzędu ma spadek zaledwie 100 dB na dekadę co wymusza zwiększanie częstotliwości próbkowania.



Teoretycznie wystarczy spełnić twierdzenie Shannona żeby pasma na siebie nie nachodziły i wtedy możemy odfiltrować sygnały powyżej częstotliwości Nyquista.

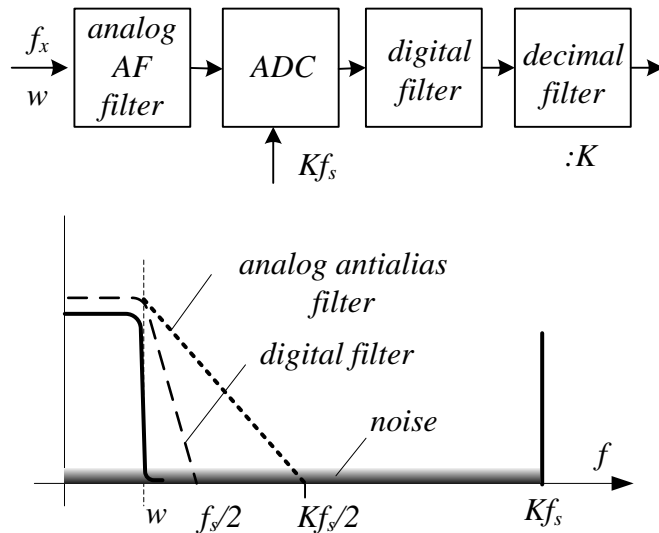
Ale to może być skuteczne tylko w warunkach sterylnych. Normalnie sygnałowi towarzyszą zakłócenia które nie spełniają twierdzenia Shannon. Drobny przykład. Wyobraźmy sobie że sygnałowi akustycznemu towarzyszy zakłócenie o częstotliwości 45 kHz. W technice analogowej ten sygnał jest niesłyszalny. Ale w technice cyfrowej ten sygnał wróci jak sygnał odbity $f_z - f_s$ a więc $45 - 44 = 1$ kHz a więc bardzo dobrze słyszalny.

Dlatego spełnienie twierdzenia Shannona nie wystarczy i jedyną skuteczną metodą eliminacji aliasingu jest zastosowanie na wejściu filtru antyaliasingowego nie przepuszczającego sygnałów powyżej częstotliwości Nyquista.

Nadpróbkowanie

Rys. 7. System nadpróbkowania

Stosując nadpróbkowanie zawsze możemy wrócić do tradycyjnego próbkowania przez zastosowanie cyfrowego filtra decymacyjnego



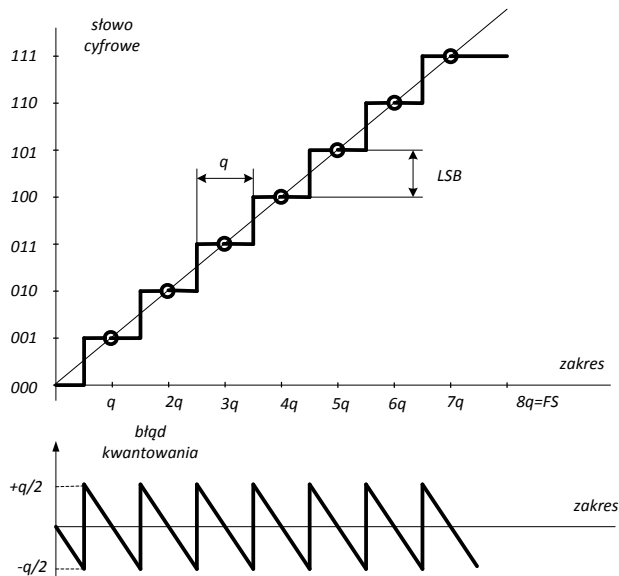
Na rynku pojawiły się tanie przetworniki sigma-delta umożliwiające próbkowanie z dużymi częstotliwościami. Dlatego świadomie odchodzi się od twierdzenia Shannona i stosuje dużo większe częstotliwości próbkowania (w systemie SACD zastosowano współczynnik nadpróbkowania 64 a więc częstotliwość próbkowania 2.82 MHz).

Nadpróbkowanie nie zwiększy oczywiście możliwej do rekonstrukcji informacji wejściowej – tu wystarczy twierdzenie Shannona. Ale nadpróbkowanie umożliwia zastosowanie znacznie prostszego i tańszego filtra antyaliasingowego.

Inną ważną korzyścią nadpróbkowania jest zmniejszenie szumów bo energia szumów rozkłada się na większym paśmie a potem odcinamy wszystko (w tym szumy) powyżej częstotliwości Nyquista.

Jaka liczba bitów?

Rys. 8. W wyniku kwantowania krzywa ciągła jest zastąpiona przez krzywą schodkową. Dla $N = 8$ (przetwornik 8-bitowy liczba schodków jest 256, dla $N=16$ tych schodków jest 65 536).



Gdy kupujemy przetwornik analogowo-cyfrowy jego najważniejszymi parametrami jest częstotliwość próbkowania f_s i liczba bitów. Częstotliwości próbkowania jest odpowiedzialna za szybkość przetwornika lub pasmo częstotliwości – górną granicą jest częstotliwość Nyquista.

Liczba bitów z kolei jest odpowiedzialna za dokładność przetwarzania. Problem w tym że nie możemy mieć obu tych parametrów jak największymi – im szybszy przetwornik tym mniej dokładny.

Błąd kwantowania (rys. 8) jest opisany przez liczbę schodków – szerokość schodka jest równa

$$q = FS / 2^N$$

Gdzie FS – zakres (Full scale) a N – liczba bitów. E im większe N tym mniejsze schodki (większa liczba schodków) i tym dokładniejsze odwzorowanie.

Szum kwantowania – dynamika przetwarzania

Tabela 1. Zależność dokładności (rozdzielczość) i dynamiki od liczby bitów

Liczba bitów N	liczba poziomów kwantowania 2^N	Przedział kwantowania q	Rozdzielczość %FS	szumy rms $q/\sqrt{12}$	dynamika dB
8	256	8 mV	0,4	2,3 mV	48
10	1024	2 mV	0,1	580 μ V	60
12	4096	0,5 mV	0,02	144 μ V	72
16	65 536	31 μ V	0,0015	8,9 μ V	96
24	16 777 216	120 nV	0,000006	34,7 nV	144

Przetwornik 8-bitowy gwarantuje rozdzielczość (dokładność) nie lepszą niż 0.4%. Ale już przetwornik 12-bitowy umożliwi-a przetwarzanie z niedokładnością lepszą niż 0.02% , a 16-bitowy 0.0015%.

Zastąpienie krzywej ciągłej krzywą schodkową daje błąd zwany szumem kwantowania o wartości

$$\varepsilon = q / \sqrt{12}$$

A więc stosunek sygnału do szumu SNR (signal to noise ratio) jest

$$SNR = 20 \log \frac{rms\ signal}{rms\ noise} = 20 \log \frac{2^N \frac{q}{2\sqrt{2}}}{q / \sqrt{12}}$$

$$= 20 \left(\log 2^N - \log \frac{2}{\sqrt{6}} \right)$$

$$SNR = 6.02N + 1.76\ dB$$

Prawo to zwane jest często 6 dB na bit. Z tabeli 1 wynika że bardzo dokładny przetwornik 16-bitowy ma dynamikę zaledwie 96 dB a więc wymagania odnośnie liczby bitów N biorące pod uwagę dynamikę są ostrzejsze niż wymagania dotyczące dokładności..

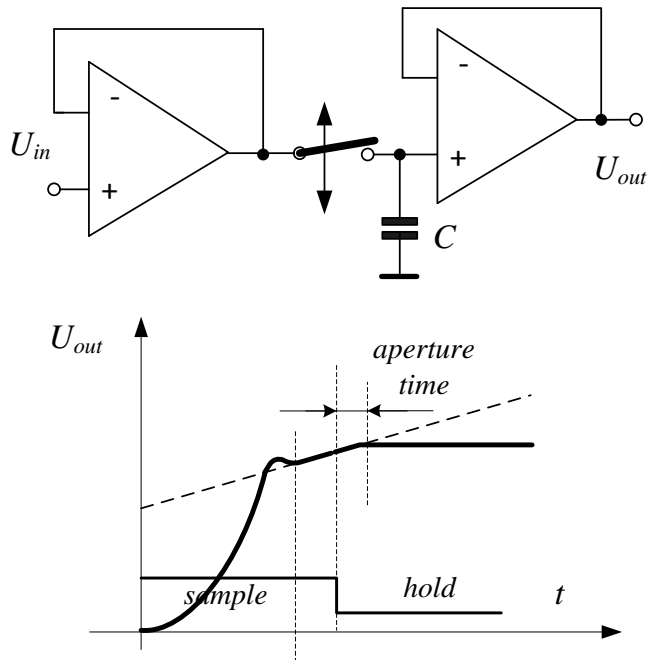
Dla układów z nadpróbkowaniem SNR jest równe

$$SNR = 6.02N + 1.76 + 10 \log \left(\frac{f_s}{2w} \right)$$

A więc zwiększając nadpróbkowanie $f_s/2w$ zwiększamy dynamikę.

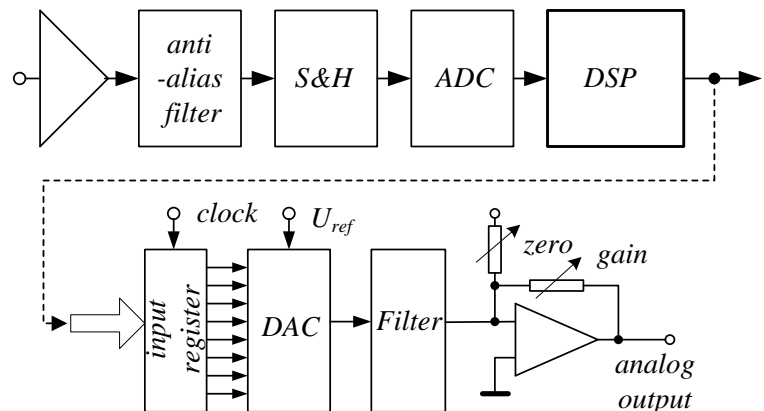
Układ sample and hold

Rys. 9. Zasada działania układu sample and hold.



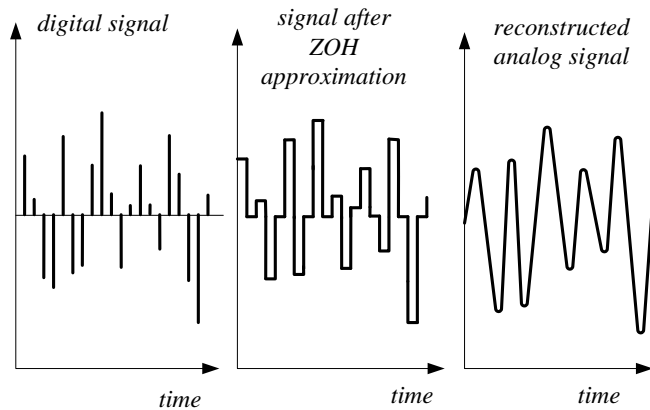
Czas potrzebny na przeprowadzenie kwantowania jest rzędu 10 μs (dla układu SAR) a nawet 20 mS (dla układu całkującego). Niezbędne jest więc wstawienie przed przetwornikiem układu sample and hold (próbkująco pamiętającego) który zatrzyma wartość sygnału na kondensatorze na czas niezbędny do przeprowadzenia kwantowania.

Rys. 10. Pełny tor przetwarzania analogowo-cyfrowego i cyfrowo-analogowego (DSP – digital signal processing)



Przetwarzania cyfrowo-analogowe

Rys. 11. Rekonstrukcja sygnału analogowego



Najprostszą metodą de-samplingu jest operacja zero-order-hold (podtrzymanie pierwszego rzędu) polegające na zastąpieniu ciągu impulsów ciągiem prostokątów. Operację ZOH można zrealizować stosując filtr dolnoprzepustowy.

Chcąc odzyskać sygnał analogowy musimy przeprowadzić odwrotne operacje – de-sampling i de-kwantowanie.

Rys. 12. Zasada zamiany sygnału cyfrowego na analogowy – sygnał cyfrowy zapisany w rejestrze uruchamia odpowiednie przełączniki i suma spadków na pięciach na opornikach daje wartość analogową

